3. Huh C., Lee Y., Smoctunowicz A. Armendariz rings and semicommutative rings // Communications in algebra. – 2002. – Vol. 30. – №2. – PP. 751–761.

5. Lee T.-K., Zhou Y. Armendariz and Reduced Rings // Communications in algebra. – 2004. – Vol. 32. – №6. – PP. 2287–2299.

Граф делителей нуля кольца с единицей

А.С. Кузьмина
БГПУ, г. Барнаул

На протяжении данной работы слово «кольцо» означает ассоциативное кольцо с единицей, имеющее ненулевые делители нуля.

Идея построения графа делителей нуля впервые была использована в 1986 г. в работе [2]. И. Бек строил графы делителей нуля для коммутативных колец и занимался, в основном, раскраской таких графов. Вершинами графа делителей нуля в работе [2] считаются все элементы кольца, причем две различные вершины x и y соединяются ребром тогда и только тогда, когда $xy=0$.

В 1999 г. Д. Андерсон и Ф. Ливингстон в работе [1] несколько изменили способ построения графа делителей нуля: вершинами графа считались все делители нуля коммутативного кольца. По мнению этих авторов, такое определение лучше иллюстрирует структуру множества делителей нуля кольца.

Мы вводим следующее определение графа делителей нуля. Пусть R– произвольное кольцо. Вершинами графа делителей нуля кольца R будем считать все ненулевые делители нуля кольца, причем две различные вершины x и y соединяем ребром тогда и только тогда, когда $xy=0$ или $yx=0$. Граф делителей нуля кольца R обозначим через $\Gamma(R)$.

Теорема 1. *Пусть R – конечное кольцо (не поле). Граф $\Gamma(R)$ является эйлеровым в том и только в том случае, если* $R \cong \oplus_{i=1}^{s} GF(p_i^{\alpha_i})$, $p_i \neq 2$ *при* $i=1,\ldots,s$, $s \geq 2$.

Двудольный граф G – это граф, множество вершин V которого можно разбить на два непересекающихся подмножества V_1 и V_2 таким образом, что каждое ребро графа G соединяет вершины из разных множеств. Полные двудольные графы будем обозначать $K_{n,m}$, где $n=|V_1|$ и $m=|V_2|$.

Предложение 2. *Пусть R – кольцо, такое, что* $\Gamma(R) = K_{n,m}$. *Тогда либо кольцо R редуцированное, либо* $\Gamma(R) = K_{1,m}$.

Следствие 3. *Пусть R – конечное коммутативное кольцо.* $\Gamma(R) = K_{n,m}$ *тогда и только тогда, когда* $R \cong GF(q_1) \oplus GF(q_2)$, *где* $GF(q_1)$ *и* $GF(q_2)$ *– конечные поля.*

Кроме того, ряд результатов, доказанных в [1] для коммутативного кольца, в настоящей работе обобщен на случай произвольного кольца.

Литература

1. Anderson D.F., Livingston P.S. The Zero-Divisor Graph of a Commutative Ring // Communications in algebra. – 1998. – 26(7). – P. 2265–2272.
2. Beck I. Coloring of Commutative Rings // Journal of Algebra. – 1986. – 116. – pp.208–226.
3. Оре О. Теория графов: Пер. с англ. / Под ред. Н.Н. Воробьева. – 2-е изд., стереотип. – М.: Наука, 1980. – 336 с.
4. Харари Ф. Теория графов: Пер. с англ. / Под ред. Г.П. Гаврилова. – 2-е изд. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 296 с.

Интерпретация арифметики в решетке идеалов LF

О.А. Курылёва

АлтГУ, Барнаул

В работе [1] построена интерпретация арифметики в решетке идеалов свободной векторной решетки с тремя порождающими. В настоящей работе получено обобщение данного результата:

Теорема 1: Модель N положительных целых чисел относительно элементарно интерпретируется в решетке идеалов LF_n свободной векторной решетки с n порождающими для любого $n \geq 3$.

В доказательстве теоремы использован метод Ю.Л. Ершова относительно элементарной определимости [2], описание идеалов свободной векторной решетки, полученное в работах [1] и [3] и идеи работы А. Гжегорчика [4].

Следствие 1: Элементарная теория решетки идеалов LF_n свободной векторной решетки наследственно неразрешима для любого $n \geq 3$.

Литература