

На основе такого подхода возможно использование математической модели и проведение численного моделирования процесса перемешивания ферментационной среды в ферментаторах различной вместимости. В рассматриваемой модели движение жидкости в объеме аппарата при перемешивании описывается при помощи системы уравнений, где основными переменными служат функция тока и напряженность вихря. Совместно с принимаемыми граничными условиями и основными допущениями произведено решение дифференциальных уравнений конечно-разностным методом с нахождением траекторий движения потоков среды в ферментаторе. Разработанный расчетный алгоритм и программные средства позволяют судить о структуре течения потоков ферментационной среды в объеме ферментатора при изменении рабочих характеристик ферментатора в период его работы. В то же время модель позволяет уточнить характер протекающих процессов, выделить явления, оказывающие на рабочий процесс наибольшее влияние, снизить уровень неопределенности по ряду исходных данных.

Разрешимость задачи о взаимопроникающем движении двух жидкостей

А.А. Папин, И.Г. Ахмерова
 АлтГУ, г. Барнаул

В докладе рассматриваются вопросы корректности задачи о взаимопроникающем движении двух вязких жидкостей и задачи о движении газожидкостного слоя [1, 2, 3].

Задача 1 [4]. В области $Q_T = (0,1) \times [0,T]$ требуется найти функции s_i, v_i, p_i, θ , удовлетворяющие следующей системе уравнений и условиям:

$$\rho_{it} + (\rho_i v_i)_x = 0, \quad \rho_i (v_{it} + v_i v_{ix}) = (s_i \sigma_i)_x + F_i, \quad \sum_{i=1}^2 \rho_i c_i (\theta_t + v_i \theta_x) = (\lambda \theta_x)_x,$$

$$\sigma_i = -p_i + \mu_i \frac{\partial v_i}{\partial x}, \quad F_i = p_i \frac{\partial s_i}{\partial x} + \varphi_i + \rho_i g, \quad p_1 - p_2 = p_c(s_1, \theta),$$

$$v_i|_{\partial Q_T} = 0, \quad v_i|_{t=0} = v_i^o(x), \quad s_1|_{t=0} = s^o(x).$$

Здесь v_i – скорость i -ой фазы ($i=1,2$); ρ_i – приведенная плотность, связанная с истинной плотностью ρ_i^o и объемной концентрацией s_i соотношениями $\rho_i = s_i \rho_i^o$, $s_1 + s_2 = 1$; p_i – давление, μ_i – коэф-

коэффициент динамической вязкости фазы; $\varphi_1 = K(v_2 - v_1)$, $\varphi_1 = -\varphi_2$, K – коэффициент взаимодействия фаз, g – ускорение силы тяжести; θ – температура, c_i – теплоемкость, λ – коэффициент теплопроводности смеси. Условие $\rho_i^0 = const$ приводят к замкнутой системе уравнений для s_i , v_i , p_i , θ .

Задача 2 [5]. В области $Q_T = (0, 1) \times [0, T]$ требуется найти функции s_i , v_i , p_i , удовлетворяющие следующей системе уравнений и условиям:

$$\begin{aligned} (s_i \rho_i^0)_t + (s_i \rho_i^0 v_i)_x &= 0, \quad s_1 + s_2 = 1, \\ s_1 \rho_1^0 (v_{1t} + v_1 v_{1x}) &= (\mu(s_1) v_{1x})_x - (s_1 p_1)_x + F, \quad (s_2 p_2)_x + F = 0, \\ F &= B(s_1)(v_2 - v_1) + p_2 s_{1x}, \quad p_2 - p_1 = p_c(s_1), \\ v_i|_{\partial Q_T} &= 0, \quad v_i|_{t=0} = v_i^0(x), \quad s_i|_{t=0} = s^0(x). \end{aligned}$$

Здесь $\mu(s_1)$, $p_c(s_1)$, $B(s_1)$ – экспериментально определяемые функции. Эта система уравнений замыкается предположениями $\rho_i^0 = const$.

Литература

1. Папин А.А. Существование решения в «целом» уравнений одномерного неизотермического движения двухфазной смеси. 1. Постановка задачи и вспомогательные утверждения // Сиб. журн. индустр. математики. – Новосибирск, 2006. – №2(26). – Т. 9. – С. 116–136.
2. Папин А.А. Существование решения в «целом» уравнений одномерного неизотермического движения двухфазной смеси. 2. Результаты о разрешимости // Сиб. журн. индустр. математики. – Новосибирск, – 2006. – №3(27). – Т. 9. – С. 111–123.
3. Папин А.А., Ахмерова И.Г. Разрешимость «в целом» уравнений одномерного движения газожидкостного слоя // Известия АлтГУ. – Барнаул, 2007 (в печати).
4. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. – М.: Наука, 1987. – 464 с.
5. Gard S.K., Pritchett J.W. Dynamics of gas-fluidized beds. Journal of Applied Physics, Vol. 46, No. 10, October 1975.