$a = \left\| [c,d] \right\|$, $b = |c| \vee |d|$. Очевидно, что $H_s^* = gp(a,b)$ − неабелева группа, в которой b>>a>e и $\operatorname{var}(H_s) = \operatorname{var}\left(H_s^*\right)$.

Пусть $G = H\overleftarrow{\lambda}(y)$ − ℓ-группа, являющаяся лексикографическим расширением ℓ-группы H с помощью бесконечной циклической группы (y). Через $D_2(G)$ [2] обозначим лексикографическое расширение $H_1 \times H_2$ с помощью бесконечной циклической группы (t), где $t^{-1}(h_1,h_2)t = \left(h_2^y, h_1\right)$ и $H_i \cong H$ $(i = 1,2)$.

Считаем, $x = t^k(h_1,h_2) \geq e$ в $D_2(G)$, если $k > 0$ либо $k = 0$ и в $h_i \geq e$ $(i = 1,2)$ в G. Указанная конструкция применима к группе H_s^*.

В работе [3] найдено многообразие ℓ-групп V, содержащее все о-аппроксимируемые накрытия многообразия абелевых ℓ-групп A. Через A^2 обозначим многообразие метабелевых ℓ-групп.

Справедлива следующая

Теорема. *В решетке L многообразий ℓ- групп для любого многообразия X такого, что $A^2 \cap V \subseteq X \subseteq V$ 1) многообразие $X \vee \operatorname{var}\left(D_2\left(H_s^*\right)\right)$ содержит накрытие многообразия X; 2) все эти накрытия различны.*

Библиографический список

1. Holland Ch. A very large class of small varieties of lattice-ordered groups // Comm. Algebra. − 1994. − 22(2). − P. 551–578.

2. Darnel M.R. Varieties minimal over representable varieties of lattice-ordered groups // Comm. Algebra. −1993. − 21. − P. 2637–2667.

3. Медведев Н.Я. О решетке о-аппроксимируемых ℓ-многообразий // Czech. Math. J. − 1984. − 34. − С. 6–17.

О двух версиях метарекурсии

А.Н. Гамова

СаратовГУ, г. Саратов

Условия совпадения двух версий метарекурсии [1,2] на допустимом ординале | T ($\mathfrak{I}$) | с регулярным и слабо фундированным оракулом $\mathfrak{I}$ рассмотрены в [3]. Для произвольных оракулов $\mathfrak{I}$ это проблематично.

Назовем оракулы $\Im$ и $\Im'$ равнообъемными, если любая тотальная функция, вычислимая с одним из них, равномерно вычислима и с другим. Это однако не влечет взаимную вычислимость оракулов, то есть их эквивалентность [4].

Теорема. Для произвольного регулярного оракула $\Im$ можно построить равнообъемный ему нерегулярный оракул $\Im'$.

Доказательство. Построим множество

$B=\{<i, t>: (i = 0 \wedge t \in A) \vee (i = 1 \wedge t \notin A)\}$, где A не $\Im$ - разрешимо.

Определим функционал G такой, что

$G(\alpha) = 0 \leftrightarrow \alpha(0) \in B \ (\alpha \in T1)$.

Построим оракул $\Im'$, вычисяющий оракул $\Im$ и функционал G:

$\Im'(2t) \cong \Im(t), \Im'(5z) \cong G(\lambda t \{z\}\Im(t))$.

Легко доказать взаимную сводимость множеств незастревающих машин: $B(\Im') \leq 1\ f1\ B(\Im)$ и $B(\Im) \leq 1\ f2\ B(\Im')$, где f1 , f2 - общерекурсивные функции. Таким образом, оракулы $\Im$ и $\Im'$ равнообъемны.

Как видно из построения, множество B $\Im'$ - перечислимо (найдется перечисляющая его машина e). Если предположить, что оракул $\Im'$ регулярный, то существует селекторная функция v $\Im'$, вычисляющаяся останавливающуюся машину:

$\{ <e, <0, t>>, <e, <1, t>> \} \cap B^*(\Im') \neq \varnothing$.

Откуда следует $\Im'$ - разрешимость множества A и, в силу равнообъемности оракулов $\Im$ и $\Im'$, $\Im$ - разрешимость множества A. Последнее противоречит определению множества A. По противоречию, оракул $\Im'$ нерегулярный.

Ввиду равнообъемности оракулов $\Im$ и $\Im'$, модель КР (Крипке - Платека) существует, однако не удается построить метарекурсию на T ($\Im'$) – кодах. Условия допустимости ординала | T ($\Im$) | по Крайзелю-Саксу рассмотрены в [3].

Библиографический список

1. Kripke S. Transfinite recursion on admissible ordinals, I,II (Abstracts) // J. Symbolic Logic. – 1964. – Vol.29. – P. 161–162.

2. Kreisel G., Sacks G. Metarecursive sets, I, II (Abstracts) // J. Symbolic Logic. – 1965. – Vol.30. – P. 318–338.

3. Гамова А.Н. Метарекурсивность автономных нумераций // Прикладные аспекты математической логики. – Новосибирск, 1987. – Вып. 122: Вычислительные системы. – С. 145–156.

4. Ганов В.А., Белякин Н.В. Общая теория вычислений с оракулами. – Новосибирск, Институт математики СО АН СССР, 1989. – 136 с.