Теорема 2. Любой нетривиальный фильтр в решетке квазимногообразий $L_q(M{\cdot}A)$ континуален, где M – квазимногообразие всех групп с тождеством $x^n = 1$, A – квазимногообразие всех абелевых групп.

Библиографический список

1. Ленюк С.В. О решетке квазимногообразий метабелевых групп // Алгебра и логика. – 1996. – Т. 35, №5. – С. 552–561.
2. Ленюк С.В. Фильтры в решетках квазимногообразий метабелевых групп без кручения // Сибирский математический журнал. – 1998. Т. 39, №1, – С. 67–73.
3. Ленюк С.В. Фильтры в решетках квазимногообразий групп. НИИ МИОО НГУ. – Новосибирск, 1997. Препринт №31.
4. Ленюк С.В. Фильтры в решетках квазимногообразий ANc-груп. НИИ МИОО НГУ. – Новосибирск, 1998. Препринт №32.
5. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: учебное пособие. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 1992. – С. 59.
6. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2002. – С. 339.
7. Будкин А.И. Введение в теорию квазимногообразий групп: монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 156.

УДК 512.54.01

Об аксиоматическом ранге квазимногообразия M^{p^2}

С.А. Шахова

АлтГУ, г. Барнаул

Множество $T_Q(M)$ всех квазитождеств, истинных во всех группах из класса M, называется *теорией класса* M. Подмножество $\Sigma \subseteq T_Q(M)$ называется базисом Q-теории класса M, если всякое квазитождество из $T_Q(M)$ является следствием множества Σ квазитождеств. Если данная теория обладает базисом квазитождеств от n переменных и не обладает базисом квазитождеств от меньшего числа переменных, то говорят, что *аксиоматический ранг* Q-теории равен n. Если такое n существует, то говорят, что аксиоматический ранг Q-теории конечен. Если такого n не существует, то аксиоматический ранг Q-теории считается бесконечным. Класс M *называется конечно аксиоматизируемым, если* $T_Q(M)$ обладает базисом, состоящим из конечного числа квазитождеств.

Задача изучения аксиоматических рангов квазимногообразий впервые была поставлена Д.М. Смирновым [1]. Вопросам аксиоматизируемости квазимногообразий посвящены работы А.И. Будкина [2-4]. Как следует из этих работ, аксиоматические ранги большого класса неабелевых квазимногообразий, среди которых квазимногообразия, порожденные свободной группой, группой с одним определяющим соотношением, свободной разрешимой группой, оказались бесконечными. Аксиоматические ранги квазимногообразий нильпотентных групп без кручения исследовались Е.С. Половниковой в [5].

Пусть p – простое число, $p \neq 2$, H_{p^s} – группа, имеющая в многообразии нильпотентных ступени не выше 2 групп следующее представление: $H_{p^s} = gr(x, y \,||\, x^{p^s} = y^{p^s} = [x,\ y]^p = 1)$. Обозначим через qH_{p^s} – квазимногообразие, порожденное группой H_{p^s}, $\mathrm{M}^{p^s} = L(qH_{p^s})$ – класс Леви, порожденный квазимногообразием qH_{p^s}, т.е. класс всех групп G, в которых нормальное замыкание x^G любого элемента $x \in G$ принадлежит qH_{p^s}. Классы Леви 2-ступено нильпотентных квазимногообразий групп изучала В.В. Лодейщикова в [6-8]. В частности, были выписаны квазитождества, задающие квазимногообразие M^{p^s}. Список этих квазитождеств бесконечен и содержит квазитождества от любого сколь угодно большого числа переменных.

А.И. Будкин поставил вопрос: верно ли, что квазимногообразие M^{p^s} имеет конечный аксиоматический ранг? При $s = 2$ ответ на этот вопрос оказался пожительным. Верна следующая теорема.

Теорема. Квазимногообразие M^{p^2} конечно аксиоматизируемо.

Библиографический список

1. Коуровская тетрадь (нерешенные проблемы теории групп). – Новосибирск, 1980.

2. Будкин А.И. О квазитождествах в свободной группе // Алгебра и логика. –1976. – Т. 15, №1. – С. 39-52.

3. Будкин А.И. Квазитождества нильпотентных групп и групп с одним определяющим соотношением // Алгебра и логика. –1979. – Т. 18, №2. – С. 127-136.

4. Будкин А.И. Аксиоматический ранг квазимногообразия, содержащего свободную разрешимую группу // Математический сборник. – 1980. – Т. 112, №4. –С. 647-655.

5. Половникова Е.С. Об аксиоматическом ранге квазимногообразий // Сибирский математический журнал. – 1999. – Т. 40, №1. – С. 167-176.

6. Лодейщикова В.В. О классах Леви, порожденных нильпотентными группами // Сибирский математический журнал. – 2010. – Т. 51, №6. – С. 1359-1366.

7. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви экспоненты 8 // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2010. – Т. 65, №1/2. – С. 42-45.

8. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви экспоненты p^s // Алгебра и логика. –2011. – Т. 50, №1. – С. 26-41.