ресечения *интервалов погрешностей* нового участка и каждого смежного с ним. Из общего количества точек границ нового участка и смежного с ним выбираются точки, попадающие в указанную область пересечения, и сохраняются в соответствующих массивах данных. После сравнения значений ε нового и смежного участка делается вывод о том, как корректировать границы смежного участка. Если ε нового участка меньше, чем у смежного, точки смежного участка, попадающие в область пересечения погрешностей заменяются на соответствующие точки нового участка.

Преимуществом предлагаемой методики обновления кадастрового слоя земельных участков является автоматизация процесса ввода в кадастровый план новых участков и вследствие этого: исключение субъективных погрешностей вводимых геоданных; обеспечение топологической корректности векторной модели слоя земельных участков; исключение неоднозначности в актуализации границ земельных участков.

Библиографический список

1. Методические рекомендации по проведению межевания объектов землеустройства [Электронный ресурс]: утв. Росземкадастром 17 февраля 2003 г. (с изменениями от 18 апреля 2003 г.). – Режим доступа: www.geops.ru/index.php?tid=167 к. – Загл. с экрана.

2. Инструкция по межеванию земель [Электронный ресурс]: утв. Роскомземом 8 апреля 1996 г. – Режим доступа: riz-geo.ru/doc001.php. – Загл. с экрана.

3. Будников В.Т. [и др.]. Вопросы координатной основы кадастровых работ // Гео-профи. – 2004. – № 6. – С. 49–52.

Распознавание разрешимости интервальных уравнений и его приложения к анализу данных

С.П. Шарый

Институт вычислительных технологий СО РАН, г. Новосибирск

В работе рассматривается задача распознавания разрешимости интервальных систем линейных алгебраических уравнений (ИСЛАУ) и ее приложения к анализу данных.

Для интервальной системы уравнений $\boldsymbol{A}x = \boldsymbol{b}$ с интервальными $m\times n$-матрицей $\boldsymbol{A} = (\boldsymbol{a}_{ij})$ и m-вектором $\boldsymbol{b} = (\boldsymbol{b}_i)$ множеством решений называется множество [2]

$$\Xi(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}) = \{\, x \in \mathbb{R}^n \mid (\exists\, A \in \boldsymbol{A})\,(\exists\, b \in \boldsymbol{b})(Ax = b)\},$$

образованное всевозможными решениями точечных систем $Ax = b$ с A из $\boldsymbol{A}$ и b из $\boldsymbol{b}$. В этой работе мы исследуем проверку пустоту или непустоты множества решений $\Xi(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$, а также нахождение точки из него. В самой общей ситуации эта задача является NP-трудной.

Пусть $|\boldsymbol{a}|$ обозначает абсолютное значение интервала $\boldsymbol{a}$, а mid $\boldsymbol{a}$ и rad $\boldsymbol{a}$ – это середина и радиус интервала $\boldsymbol{a}$. Тогда выражением

$$\mathrm{Uss}(x) = \min_{1\leq i\leq m}\{\mathrm{rad}\, \boldsymbol{b}_i + \textstyle\sum_j (\mathrm{rad}\, \boldsymbol{a}_{ij})\, |x_j| - |\,\mathrm{mid}\, \boldsymbol{b}_i - \textstyle\sum_j (\mathrm{mid}\, \boldsymbol{a}_{ij})\, x_j\,|\}$$

задается функционал $\mathrm{Uss}: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, такой что принадлежность точки x множеству решений интервальной линейной системы $\boldsymbol{A}x = \boldsymbol{b}$ равносильна неотрицательности функционала Uss:

$$x \in \Xi(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}) \text{ тогда и только тогда, когда } \mathrm{Uss}(x, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}) \geq 0.$$

Иными словами, множество решений системы уравнений $\boldsymbol{A}x = \boldsymbol{b}$ – это множество уровня $\{x \in \mathbb{R}^n \mid \mathrm{Uss}(x, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}) \geq 0\}$ функционала Uss.

Функционал Uss, который мы называем *распознающим функционалом* множества решений, является вогнутым в каждом ортанте пространства $\mathbb{R}^n$, а если в интервальной матрице $\boldsymbol{A}$ некоторые столбцы целиком точечные, то $\mathrm{Uss}(x, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$ вогнут и на объединениях нескольких ортантов. Кроме того, функционал $\mathrm{Uss}(x, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{b})$ достигает конечного максимума на всем пространстве $\mathbb{R}^n$.

Как следствие этих результатов, получаем следующую методику исследования разрешимости интервальных систем линейных алгебраических уравнений. Для данной ИСЛАУ решается задача безусловной максимизации распознающего функционала Uss, и если полученное значение максимума функционала больше либо равно нулю, множество решений непусто и ему принадлежит аргумент максимума. В сравнении со свойствами аналогичного распознающего функционала Uni, введенного в [3], свойства Uss более благоприятны. В частности, при точечной правой части функционал Uni может иметь плато нулевого уровня, тогда как у Uss при этом максимум достигается в «острой» вершине графика.

Приложением разработанной техники может служить задача восстановления линейной зависимости по неточно измеренным данным. Как правило, она сводится к нахождению решения – обычного или в обобщенном смысле – для системы уравнений, построенной по данным измерений. Если же эти данные имеют интервальные неопределенности, оценкой параметров естественно взять точку из множества решений соответствующей интервальной системы уравнений [1], хотя в общем случае прямое применение этого подхода приводит к парадоксам. Для их преодоления мы предлагаем при пустом множестве решений в качестве значений искомых параметров брать точку, на которой минимизируется увеличение неопределенности в данных, делающее это множество решений интервальной системы непустым.

Для численной реализации процедуры успешно применимы методы негладкой выпуклой оптимизации, развитые, к примеру, в [4] и других работах, так что в целом мы приходим к эффективной методике обработки данных с интервальными неопределенностями.

Библиографический список

1. Вощинин А.П. Интервальный анализ данных: развитие и перспективы // Заводская Лаборатория. – 2002. – Т. 68, №1. – С. 118–126.

2. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. – Новосибирск: XYZ, 2012. – Электронная книга, см. http://www.nsc.ru/interval/Library/InteBooks.

3. Шарый С.П. Разрешимость интервальных линейных уравнений и анализ данных с неопределенностями // Автоматика и телемеханика. – 2012. – №2. – С. 111–125.

4. Шор Н.З., Журбенко Н.Г. Метод минимизации, использующий операцию растяжения пространства в направлении разности двух последовательных градиентов // Кибернетика. – 1971. №3. – С. 51–59.