9. Будкин А.И. О доминионах в квазимногообразиях метабелевых групп // Сиб. матем. ж. – 2010. – Т. 51, №3. – С. 498–505.
10. Будкин А.И. О доминионе полной подгруппы метабелевой группы // Известия АлтГУ. – 2010. – Т. 65, №2. – С. 15–19.
11. Будкин А.И. О доминионах абелевых подгрупп метабелевых групп // Алгебра и логика. – 2012. – Т. 51, № 5. – С. 608–622.
12. Будкин А.И. Об абсолютной замкнутости абелевых групп без кручения в классе метабелевых групп // Алгебра и логика. – 2014. – Т. 53, № 1. – С. 15–25.
13. Будкин А.И. О замкнутости локально циклической подгруппы в метабелевой группе // Сиб. матем. ж. – 2014. – Т. 55, № 6. – С. 1250–1278.
14. Будкин А.И. О доминионах конечных групп // Известия АлтГУ. – 2011. – Т. 69, № 2. – С. 15–18.
15. Будкин А.И. Доминионы универсальных алгебр и проективные свойства // Алгебра и логика. – 2008. – Т. 47, № 5. – С. 541–557.
16. Будкин А.И. Доминионы универсальных алгебр и проективные свойства // Алгебра и логика. – 2008. – Т. 47, №5 . – С. 541–557.

УДК 512.57

2-квазимногообразия нильпотентных групп экспоненты 3

Д.В. Ильина
АлтГУ, г. Барнаул

С теорией квазимногообразий можно ознакомиться в [1–4]. Квазитождество вида $(\forall x_1)\dots(\forall x_n)(t_1(x_1,\dots,x_n)=1) \to (t_2(x_1,\dots,x_n)=1)$, где t_1, t_2 – групповые слова в алфавите $x_1,\dots,x_n$, называется полутождеством. Квазимногообразие групп, которое можно задать некоторой системой полутождеств, называется полумногообразием.

В [5] (см. также [1, с. 67–70]) была выявлена тесная связь между полумногообразиями и группами с одним определяющим соотношением. В [6] доказано, что квазимногообразие, порожденное всеми собственными полумногообразиями групп, не совпадает с классом всех групп.

В [7] изучаются полумногообразия, содержащиеся в квазимногообразии, заданном тождествами

$(\forall x)(\forall y)(\forall z)([x,y,z]=1), (\forall x)(x^{p^s}=1), (\forall x)(\forall y)([x,y]^p=1)$, p – простое число. Установлена счетность множества этих полумногообразий. Кроме того, доказано, что множество полумногообразий, содержащихся в многообразии, заданном тождествами $(\forall x)(\forall y)(\forall z)([x,y,z]=1), (\forall x)(\forall y)([x,y]^p=1)$, где p – простое число, континуально.

Следующим шагом изучения квазитождеств является исследования 2-квазитождеств. 2-квазитождество – это формула вида

$(\forall x_1)\dots(\forall x_n)(t_1(x_1,\dots,x_n)=1)\& (t_2(x_1,\dots,x_n)=1) \to (t_3(x_1,\dots,x_n)=1)$, где $t_1(x_1,\dots,x_n)$, $t_2(x_1,\dots,x_n)$, $t_3(x_1,\dots,x_n)$ –групповые слова в алфавите $x_1,\dots,x_n$. Квазимногообразие, заданное системой 2-квазитождеств, называется 2-квазимногообразием. Заметим, что многообразия и полумногообразия – это частный случай 2-квазимногообразий.

Квазитождество называется тривиальным в квазимногообразии K, если оно истинно в любой группе из K, либо истинно только в абелевых группах из K. Аксиоматический ранг квазимногообразия - это наименьшее число n такое, что данное квазимногообразие можно задать системой квазитождеств от n переменных.

2-квазитождества в многообразии, заданном тождествами $(\forall x)(\forall y)(\forall z)([x,y,z]=1), (\forall x)(x^4=1), (\forall x)(\forall y)([x,y]^2=1)$, p – простое число, исследовались в [8, 9]. В [8] выделен список тривиальных 2-квазитождеств от 3 переменных, в [9] рассмотрен класс нетривиальных 2-квазитождеств от 3 переменных.

Через M будем обозначать многообразие групп, заданное тождествами:$(\forall x)(\forall y)(\forall z)([x,y,z]=1, \forall x(x3=1)$.

В [10], а также в [11] и [12], было доказано, что любое нетривиальное 2-квазимногообразие аксиоматического ранга 4 и 5, содержащиеся в M, является абелевым. Было установлено, что любое 2-квазитождество от n переменных, в левой части которого содержится некоммутаторное слово, является тривиальным.

Основным результатом данной работы является следующая теорема.

Теорема. Если при $6<n<100$ все собственные 2-квазимногообразия в M абелевы, тогда все 2-квазимногообразия в M абелевы.

Библиографический список

1. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: монография. – Барнаул, 2002.
2. Горбунов В. А. Алгебраическая теория квазимногообразий (Сибирская школа алгебры и логики). – Новосибирск: Науч. книга, 1999.
3. Мальцев А. И. Алгебраические системы. – М.: Наука, 1970.
4. Будкин А.И. Введение в теорию квазимногообразий групп : монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та. – 2014. – 156 с.
5. Будкин А.И., Горбунов В.А. К теории квазимногоообразий алгебраических систем // Алгебра и логика. – 1975. –№2(14).
6. Будкин А.И. О фильтрах в решетке квазимногообразий групп // Известия АН СССР, серия математическая. – 1988. – №4(52).
7. Будкин А.И. О полумногоообразиях нильпотентных групп // Алгебра и логика. – 2010. – №5(49). – С. 577–590.
8. Шефер М. В. О 2-квазитождествах в группах// Сборник трудов XVII региональной конференции по математике «МАК-2014». – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – 14–15 с.
9. Шефер, М. В. Об одном квазимногообразии 2–ступенно нильпотентных групп // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции, Барнаул, 20-24 ноября, 2015. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 605–607 с.
10. Ильина Д.В. Квазимногообразия 2-ступенно нильпотентных групп простой экспоненты // Труды молодых ученых Алтайского государственного университета: материалы Первой региональной молодежной конференции «Мой выбор – НАУКА!», XLI научной конференции студентов, магистрантов, аспирантов и учащихся лицейных классов. – Вып. 11. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та. – 2014. – С. 221–224.
11. Ильина Д.В. Квазимногообразия 2-ступенно нильпотентных групп простой экспоненты // Сборник трудов XVII региональной конференции по математике «МАК-2014», посвященной 40-летию факультета математики и информационных технологий. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 7.
12. Ильина Д.В. Квазимногообразия 2-ступенно нильпотентных групп аксиоматического ранга 5 экспоненты 3 // Сборник трудов XVIII всероссийской конференции по математике «МАК-2015». – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 9–10.

УДК 512.54

Квазимногообразия 2-ступенно нильпотентных групп аксиоматического ранга не выше четырех

А.А. Лебедев

АлтГУ, г. Барнаул

Зафиксируем квазимногообразие R. Условимся через $T_Q^n(M)$ обозначать множество всех квазитождеств от n переменных $x1,\ldots,xn$, истинных в классе M Пусть $\sum$ – произвольное множество квазитождеств. Через $Mod_R(\sum)$ будем обозначать класс всех групп из R, в каждой из которых истинны все формулы из $\sum$.

Говорят, что *аксиоматический ранг* квазимногообразия M равен n относительно квазимногообразия R, если n наименьшее число для которого $M= Mod_R(T_Q^n(M))$. Если такого натурального числа n не существует, то, по определению, аксиоматический ранг квазимногообразия M относительно R равен ∞.

Относительно теоретико-множественного включения квазимногообразия аксиоматического ранга не выше n образуют решетку, которую обозначим через $L_q^n(M)$. Аксиоматические ранги квазимногообразий изучались многими авторами, см., например, в [1–5].

Пусть T — множество всех гомоморфизмов ψ группы G таких, что в группе $\psi(G)$ ложна формула $v = 1$ при подстановке $x_i \to \psi(x_i)$, $\quad i = \overline{1,n}$ и $(G,v) = \{\psi(G)|\psi \in T\}$. Через $N(G,v)$ обозначим класс групп из M, в каждую из которых не вложима ни одна группа из (G,v).

Возьмем многообразие M групп, рассмотренное ранее в [6], заданное тождествами

$$(\forall x)(x^3 = 1),$$

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)([x,y,z] = 1).$$

В работе изучались 4-порожденные группы из M, коммутант которых изоморфен $Z3$, либо $Z3\times Z3\times Z3\times Z3\times Z3$, либо $Z3\times Z3\times Z3\times Z3\times Z3\times Z3$ где $Z3$ – циклическая группа порядка 3. Для послед-