УДК 517.947

Асимптотика решения второй начально-краевой задачи для системы Соболева

С.И. Янов
АлтГПУ, г. Барнаул

Исследуется поведение решения второй начально-краевой задачи для системы Соболева [1, с. 3]:

$$\vec{V}_t - [\vec{V} \times \vec{\omega}] + \text{grad } P = 0$$

$$\text{div } \vec{V} = 0 \qquad (1)$$

$$\vec{V}|_{t=0}=0, \qquad P_z|_{z=0} = g(t, y'), \qquad y' \in R^2, \qquad \vec{\omega}=(0, 0, 1).$$

Ранее асимптотика решений различных задач для системы (1) исследовалась в работах С.Л. Соболева [1, с. 3], В.Н. Масленниковой [2, с. 117], С.В. Успенского, Г.В. Демиденко [3, с. 199], С.В. Успенского, Е.Н. Васильевой [4, с. 221], [5, с. 274], [6, с. 311], С.И. Янова [6, с. 311].

Асимптотика решения второй краевой задачи для уравнения Соболева рассмотена в работе [7, с. 45], где было доказано, что решение существует и единственно, а в работе [8, с. 26] получено, что $P=O(1/t^{2/5})$ при $t\to\infty$, если

$$\int_0^t g(\tau, x')d\tau = O(1/t^{2+\alpha}), \qquad \text{при } t\to\infty, \qquad 0\le\alpha.$$

Настоящая работа обобщает этот результат на систему Соболева (1). Доказана следующая теорема.

Теорема. *Пусть $g(t, x') \in C_0^{\infty}(R^2)$ и финитна по времени supp g содержится в (t', t''), $0\le t'<t''$. Обозначим $\bar{x}=(x, y, z)$, $x'=(x, y)$,*

$$C(f, x') = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{R}\int_{t'}^{t''} f(\tau, x+\rho\cos\varphi, y+\rho\sin\varphi)\,d\tau\,d\rho\,d\varphi.$$

Тогда имеют место асимптотические выражения при фиксированном z и $t\to\infty$.

$$V_1(t, \bar{x}) = -C(D_y g, x') + O(t^{-2/5}),$$

$$V_2(t, \bar{x}) = C(D_x g, x') + O(t^{-2/5}),$$

$$V_3(t, \bar{x}) = \int_{t'}^{t''} g(\tau, x')d\tau + O(t^{-1/3}),$$

$$P(t, \bar{x}) = C(g, x') + O(t^{-2/5}).$$

Библиографический список

1. Соболев С.Л. Об одной новой задаче математической физики // Изв. АН СССР. Сер. мат. – 1954. -Т. 18, №1. – С. 3–50.

2. Масленникова В.Н. Оценки в Lp и асимптотика при $t\to\infty$ решения задачи Коши для системы Соболева // Тр. Мат. ин-та АН СССР. – 1968. –Т. 103. – С. 117–141.

3. Успенский С.В., Демиденко Г.В. О поведении на бесконечности решений одной задачи С.Л. Соболева // Сиб. мат. журн. – 1983. – Т. 24, №5. – С. 199–210.

4. Успенский С.В., Васильева Е.Н. О поведении на бесконечности решения одной задачи гидродинамики // Тр. МИАН. – 1990. – Т. 192. – С. 221–230.

5. Успенский С.В., Васильева Е.Н. Качественное исследование решения одной задачи С.Л. Соболева при $t \to \infty$ // Тр. МИАН. – 1995. – Т. 210. – С. 274–283.

6. Успенский С.В., Васильева Е.Н., Янов С.И. О дифференциальных свойствах решения первой смешанной краевой задачи для системы Соболева // Тр. МИАН. – 1999. – Т. 227. – С. 311–319.

7. Янов С.И. Пространства типа Соболева-Винера и асимптотические свойства их функций. – Барнаул: Изд-во БГПУ. – 2007. – 113 с.

8. Янов С.И. Приложения пространств типа Соболева-Винера. – Барнаул: Изд-во АлтГПА. – 2012. – 91 с.